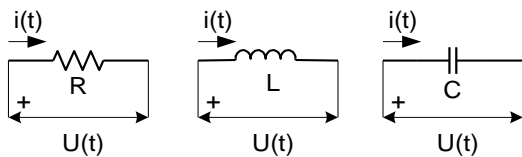


IV smena

Teorijska pitanja:

P1. Iskaz i zapis Amperovog zakona o cirkulaciji vektora \mathbf{B} u vakuumu. [2]. Definirati i zapisati Lorencovu silu [2]. Iskaz i zapis Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije [2]. Definirati pojam međusobne induktivnosti [1] i navesti oznaku i jedinicu ove fizičke veličine [1].



P2. Kroz idealne komponente na slici protiče ista struja, $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$. Odrediti fazore napona

$u(t)$ i struje $i(t)$ za svaku komponentu ponaosob [3] i prikazati ih na fazorskom dijagramu [3].

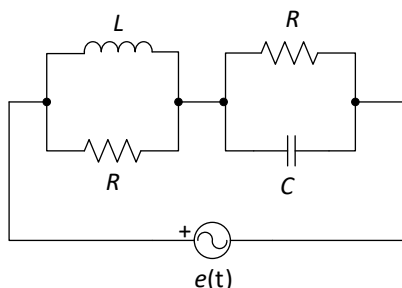
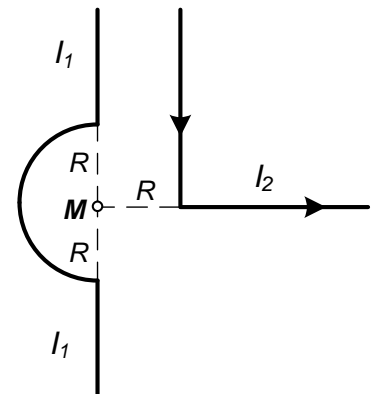
P3. Paralelna veza otpornika i kalema priključena je na prostoperiodični naponski izvor. Kako se menja struja izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora opada [3]? Odgovor bez obrazloženja i šeme povezivanja se ne boduje.

P4. Izvesti i iskazati uslov prilagođenja prijemnika po snazi ostatku kola u kome vlada ustaljeni prostoperiodični režim [3].

Zadaci:

Z1. Odrediti jačinu i smer struje I_1 [6] tako da magnetska indukcija u tački M bude jednaka nuli. Provodnici su vrlo dugački i tanki, a ceo sistem se nalazi u vazduhu. Poznato je $I_2 = \pi$ [A] i $R = 5$ [dm].

Z2. Izračunati induktivnost [8] tankog torusa od neferomagnetnog materijala poluprečnika $a = 5$ cm i $b = 6$ cm, na kome je ravnomerno i gusto namotano $N = 1000$ zavoja tanke žice. Torus ima kvadratni poprečni presek. Rešenje bez detaljnog postupka se ne boduje.



Z3. U mreži prikazanoj na slici vlada ustaljeni sinusni režim. Odrediti:

- (a) trenutnu vrednost struje izvora [4],
- (b) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu mreže [3],
- (c) fazni stav između napona i struje izvora [1].

Podaci: $e(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(10^3 \cdot t)$ [V], $R = 10$ [Ω], $L = 10$ [mH] i $C = 100$ [μ F].

Z4. Rezistansa neke impedanse iznosi 10 [Ω], a reaktansa 10 [Ω]. Odrediti ovu impedansu [1] i nacrtati njen trougao [1]? Koliki je faktor snage ove impedanse [1]? Zatim je ova impedansa priključena na idealni strujni prostoperiodični izvor $i(t) = 10\sqrt{2} \sin(10^3 t)$ [A]. Koliki je efektivni napon na ovoj impedansi [2]? Kolike su aktivna, reaktivna i prividna snaga [3] ove impedanse u ovom slučaju?

P2. $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$, $\bar{I} = I \angle 0$. $\bar{U}_R = R\bar{I} \Rightarrow u_R(t) = RI\sqrt{2} \sin(\omega t)$.

$\bar{U}_L = j\omega L\bar{I} = \omega L\bar{I}e^{j\frac{\pi}{2}} = \omega LIe^{j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow u_L(t) = \omega LI\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$.

$\bar{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\bar{I} = \frac{1}{\omega C}\bar{I}e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega C}Ie^{-j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow u_C(t) = \frac{1}{\omega C}I\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$.

P4. Jačina struje izvora raste zbog smanjivanja reaktanse kalema $X_L = 2\pi fL$.

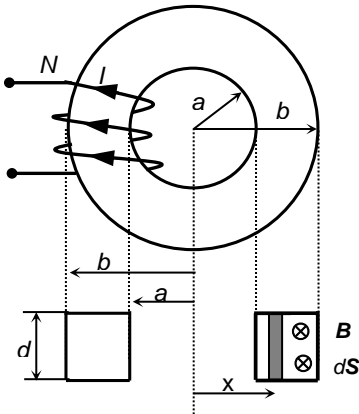
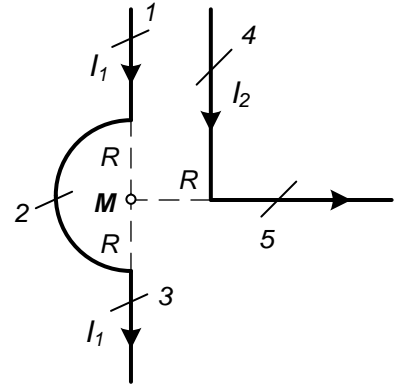
Z1. $B_1 = B_3 = B_5 = 0$ jer tačka M leži u osi ovih provodnika.

$B_4 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R} [\sin 0 - \sin(-\pi/2)] = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R}$ sa smerom \otimes ,

$B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4R}$ smerom \odot u tački M. Dakle, ako se želi

$B_4 - B_2 = 0$, sledi $\frac{\mu_0 I_2}{4\pi R} - \frac{\mu_0 I_1}{4R} = 0$, tj. $I_1 = \frac{I_2}{\pi} = 1A$ sa smerom

kao na slici.



Z2. $L = \Phi / I$. $B(x) = \mu_0 \frac{NI}{2\pi \cdot x}$, $a \leq x \leq b$.

Sopstveni magnetni fluks kroz N namotaja na torusu je onda:

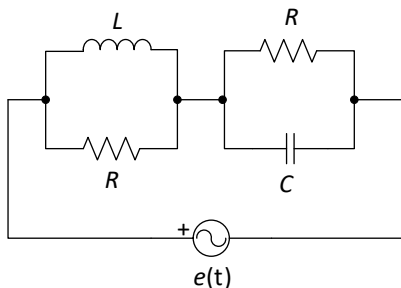
$$\Phi = N \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = N \int_a^b B dS \cdot \cos(\mathbf{B}, \mathbf{n}) = N \int_a^b \mu_0 \frac{NI}{2\pi x} d \cdot dx = \mu_0 \frac{N^2 I d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Induktivnost toursnog namotaja je $L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \frac{N^2 d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$. gde je

$d = b - a$, zbog uslova zadatka.

$$L = \mu_0 \frac{N^2 (b-a)}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1000^2 \cdot (6-5) \cdot 10^{-2}}{2\pi} \ln \frac{6 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}}$$

$L \approx 0.365 \cdot 10^{-3} \approx 365 [\mu H]$



Z3. Ukupna impedansa kola je

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}_L \cdot R}{\bar{Z}_L + R} + \frac{\bar{Z}_C \cdot R}{\bar{Z}_C + R} = \frac{j\omega L \cdot R}{j\omega L + R} + \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R}{\frac{1}{j\omega C} + R},$$

$$\bar{Z} = \frac{j\omega LR}{j\omega L + R} + \frac{R}{1 + j\omega CR} = \frac{j\omega LR(1 + j\omega CR) + R(j\omega L + R)}{(j\omega L + R)(1 + j\omega CR)}$$

$$\bar{Z} = \frac{j\omega LR(1 + j\omega CR) + R(j\omega L + R)}{(j\omega L + R)(1 + j\omega CR)} = \frac{R - \omega^2 LCR + j2\omega LR}{R - \omega^2 LCR + j\omega(L + CR^2)} = \frac{R(1 - \omega^2 LC) + j2\omega LR}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega(L + CR^2)}.$$

Kako je $LC = \frac{1}{\omega^2}$, jer je $LC = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 10^{-6} = \frac{1}{(10^3)^2} = \frac{1}{\omega^2}$ sledi:

$$\bar{Z} = \frac{j2\omega LR}{j\omega(L + CR^2)} = \frac{2LR}{L + CR^2}, \text{ tj. } \bar{Z} = \frac{2LR}{L + CR^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10 \cdot 10^{-3} + 100 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2} = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{-2}} = 10 [\Omega].$$

a) Dakle, struja izvora je $\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{10}{10} = 1[\text{A}]$, pa je $i(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^3 \cdot t)[\text{A}]$.

b) $\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 10 \cdot 1[\text{VA}] \Rightarrow P = 10[\text{W}], Q = 0[\text{VAr}], S = 10[\text{VA}]$.

c) Napon i struja izvora su u fazi.

Z4. $\bar{Z} = 10 + j10 = \sqrt{10^2 + 10^2} \cdot e^{j \arctan \frac{10}{10}} = 10\sqrt{2} \cdot e^{j(\pi/4)} = Ze^{j\varphi}$.

Faktor snage $\cos\varphi = \cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$.

$U = I \cdot Z = 10 \cdot 10\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\text{V}$ je efektivna vrednost napona.

$P = RI^2 = 10 \cdot 10^2 = 1\text{KW}$, $Q = XI^2 = 10 \cdot 10^2 = 1\text{KVAr}$,

$S = ZI^2 = 10\sqrt{2} \cdot 10^2 = \sqrt{2}\text{KVA}$.

